

Chapitre 1 : Racines carrées

Activité 1 :

1 - Compléter le tableau. Utiliser une calculatrice pour trouver des valeurs approchée de $\sqrt{a}$.

a	4	10	0,5	$\frac{1}{6}$
a^2				
$\sqrt{a}$				
$\sqrt{a^2}$				
$\sqrt{a^2}$				

2 - Que peut-on conjecturer.

3 - Compléter le tableau suivant.

a	b	$a \times b$	$\sqrt{a \times b}$	$\sqrt{a}$	$\sqrt{b}$	$\sqrt{a} \times \sqrt{b}$
100	9					
0,16	25					

4 - Que remarque-t-on ?

5 - Compléter le tableau suivant :

a	b	$\frac{a}{b}$	$\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}$	$\sqrt{a}$	$\sqrt{b}$	$\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}$
49	100					
0,36	4					

6 - Que remarque-t-on ?

7 - Soient a et b deux nombres réels positifs :

A - Montrer que $\frac{1}{\sqrt{b}} = \frac{\sqrt{b}}{b}$

B - Montrer que $\frac{1}{\sqrt{a}-\sqrt{b}} = \frac{\sqrt{a}+\sqrt{b}}{a-b}$

Activité 2 :

ABCD est un carré

Aire du carré a	4	9	16	25
longueur du côté $\sqrt{a}$				

1 - Compléter le tableau.

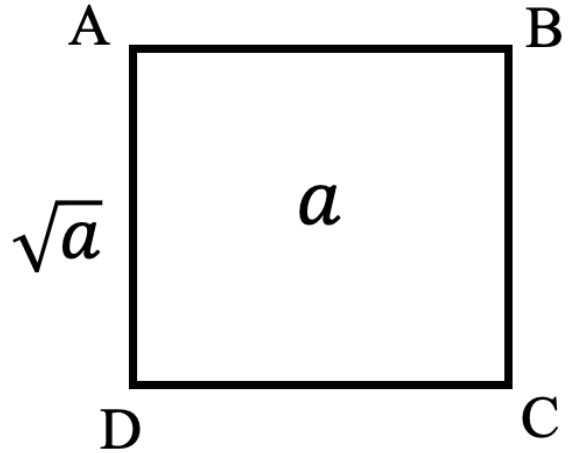
2 - Calculer $\sqrt{a \times b}^2$ et $(\sqrt{a} \times \sqrt{b})^2$

3 - Montrer que : $\sqrt{a \times b} = \sqrt{a} \times \sqrt{b}$

4 - Calculer $\sqrt{\frac{a}{b}}^2$ et $(\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}})^2$

5 - Montrer que $\sqrt{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}$

Correction :



1 – Racine carrée d'un nombre positif :

Définition :

a désigne un nombre positif.

La racine carrée du nombre a est le nombre dont le carré est a .

On écrit : $\sqrt{a^2} = a$

Et : $\sqrt{a}^2 = a$ (a est un nombre positif)

Exemple 1 :

Calculer :

$$\sqrt{9} = \sqrt{3^2} = 3$$

$$\sqrt{49} = \sqrt{7^2} = 7$$

$$\sqrt{1} = \sqrt{1^2} = 1$$

2 – Produit de deux racines carrées :

Propriété :

Si a et b sont deux nombres réels positifs :

Alors : $\sqrt{a \times b} = \sqrt{a} \times \sqrt{b}$

Et : $\sqrt{a^2 \times b} = a\sqrt{b}$

Exemple 2 :

Calculer :

$$\sqrt{8} = \sqrt{4 \times 2} = \sqrt{2^2 \times 2} = 2\sqrt{2}$$

$$\sqrt{18} = \sqrt{9 \times 2} = \sqrt{3^2 \times 2} = 3\sqrt{2}$$

$$\sqrt{27} = \sqrt{9 \times 3} = \sqrt{3^2 \times 3} = 3\sqrt{3}$$

3 – Quotient de deux racines carrées :

Propriété :

Si a et b sont deux nombres réels positifs (tel que : $b \neq 0$) :

Alors : $\sqrt{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}$ Et : $\sqrt{\frac{a^2}{b}} = \frac{a}{\sqrt{b}}$

Exemple 3 :

Calculer :

$$\sqrt{\frac{7}{4}} = \frac{\sqrt{7}}{\sqrt{4}} = \frac{\sqrt{7}}{\sqrt{2^2}} = \frac{\sqrt{7}}{2}$$
$$\sqrt{\frac{5}{81}} = \frac{\sqrt{5}}{\sqrt{81}} = \frac{\sqrt{5}}{\sqrt{9^2}} = \frac{\sqrt{5}}{9}$$

4 - Rendre un dénominateur rationnel (sans $\sqrt{}$)

Propriété :

Si a et b sont deux nombres positifs non nuls :

$$\frac{a}{\sqrt{b}} = \frac{a\sqrt{b}}{b}$$
$$\frac{a}{\sqrt{a} + \sqrt{b}} = \frac{a(\sqrt{a} - \sqrt{b})}{a - b}$$

Exemple 4 :

Rendre le dénominateur entier

$$\frac{2}{\sqrt{3}} = \frac{2\sqrt{3}}{\sqrt{3} \times \sqrt{3}} = \frac{2\sqrt{3}}{3}$$

$$\frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{1\sqrt{2}}{\sqrt{2} \times \sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$\frac{1}{1 + \sqrt{2}} = \frac{1 \times (1 - \sqrt{2})}{(1 + \sqrt{2})(1 - \sqrt{2})} = \frac{1 - \sqrt{2}}{1^2 - \sqrt{2}^2} = \frac{1 - \sqrt{2}}{1 - 2} = \frac{1 - \sqrt{2}}{-1} = -1 + \sqrt{2}$$

$$\frac{2}{3 + \sqrt{5}} = \frac{2 \times (3 - \sqrt{5})}{(3 + \sqrt{5})(3 - \sqrt{5})} = \frac{15 - 2\sqrt{5}}{3^2 - \sqrt{5}^2} = \frac{15 - 2\sqrt{5}}{9 - 5} = \frac{15 - 2\sqrt{5}}{4}$$