

Série 04 : Ensembles des nombres

Tronc commun science

Exercice 01

Compléter par $\in$; $\notin$; $\subset$; $\not\subset$:

$$5 \dots \mathbb{D} ; \quad -7 \dots \mathbb{D} ; \quad \mathbb{N} \dots \mathbb{R}$$

$$\mathbb{Z}^- \dots \mathbb{Z} ; \quad \sqrt{3} \dots \mathbb{Q} ; \quad -17 \dots \mathbb{Z}^-$$

$$\frac{12}{2} \dots \mathbb{N} ; \quad \mathbb{R} \dots \mathbb{Q} ; \quad -\sqrt{\frac{12}{3}} \dots \mathbb{Z}$$

Exercice 02

1) Soit x un réel strictement positif

Montrer que :
$$\frac{\frac{1}{x}}{1 + \frac{1}{x}} + \frac{1 - \frac{1}{x}}{\frac{1}{x}} = \frac{x^2}{x + 1}$$

2) x et y deux réels tels que non nuls et $x + y \neq 0$ et $x - y \neq 0$, montrer que

$$\frac{\frac{1}{x}}{\frac{1}{x} - \frac{1}{y}} - \frac{\frac{1}{y}}{\frac{1}{x} + \frac{1}{y}} = \frac{y^2 + x^2}{y^2 - x^2}$$

Exercice 03

1) Simplifier les expressions suivantes :

$$X = \frac{b^{16}}{a^{10}} \times \left(\frac{a^3}{b^2}\right)^2 \times \left(\frac{b^2}{a^4}\right)^4$$

$$Y = \frac{a^{-3} \times b \times (a^2 b^{-2})^4 \times a^5}{a^5 \times b^{-2} \times a^{-1} \times a^2 \times b^{-3}}$$

2) Montrer que

$$\frac{6^6 \times 27^4}{3^7 \times 12^2} = 3^9 \times 2^2$$

Exercice 04

1) Calculer et simplifier les nombres suivants :

$$A = (2\sqrt{3} + \sqrt{5})(2\sqrt{3} - \sqrt{5})$$

$$B = (\sqrt{3} + \sqrt{5})^2 - (\sqrt{3} - \sqrt{5})^2$$

$$C = \sqrt{\sqrt{7} + \sqrt{3}} \times \sqrt{\sqrt{7} - \sqrt{3}}$$

2) Soit $x \in \mathbb{R}$

Développer les expressions suivantes

$$A = (2x - 3)^2 + (x + 2)^2$$

$$B = (x - 2)(x^2 + 4x + 4)$$

$$C = (x + 2)^3 - x(x - 1)^2$$

3) Soit $x \in \mathbb{R}$

Factoriser les expressions suivantes :

$$A = 27x^3 + 8$$

$$B = 8x^3 - 1$$

$$C = 27 - x^3 - (x - 3)(x - 2) + 2(3 - x)^2$$

Exercice 05

1) Montrer que $\sqrt{1 + \frac{1}{2}} \times \sqrt{1 - \frac{1}{3}} \in \mathbb{Q}$

2) Montrer que $\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3} - \sqrt{2}} - \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3} + \sqrt{2}} \in \mathbb{N}$

3) Montrer que $\left(\frac{\sqrt{5 - 2\sqrt{3}}}{3}\right)^2 + \left(\frac{1 + \sqrt{3}}{3}\right)^2 \in \mathbb{N}$

Exercice 06

On pose $A = \sqrt{4 - \sqrt{7}} - \sqrt{4 + \sqrt{7}}$

et $B = \sqrt{4 - \sqrt{7}} + \sqrt{4 + \sqrt{7}}$

1) a) Déterminer le signe de A

b) Montrer que $A = -\sqrt{2}$

2) Simplifier B

3) On pose : $a = \sqrt{4 - \sqrt{7}}$ et $b = \sqrt{4 + \sqrt{7}}$

En déduire que $a = \frac{\sqrt{14} - \sqrt{2}}{2}$ et $b = \frac{\sqrt{14} + \sqrt{2}}{2}$

Exercice 07

a et b deux réels tels que :

$$a + b = 2 \text{ et } a^2 + b^2 = 8$$

1) a) Calculer la valeur de $a \times b$

b) En déduire la valeur de $a^3 + b^3$

2) Calculer $a^4 + b^4$, puis $a^6 + b^6$

Exercice 08

Soit x un réel strictement positif

1) Montrer que

$$\frac{1}{\sqrt{x} + \sqrt{x+1}} = \sqrt{x+1} - \sqrt{x}$$

2) On pose

$$S = \frac{1}{\sqrt{1} + \sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{2} + \sqrt{3}} + \dots + \frac{1}{\sqrt{99} + \sqrt{100}}$$

Montrer que $S \in \mathbb{N}$

Correction du série 04

Ensembles des nombres

Tronc commun science

Page 01

<https://www.dorosmaroc.com>

<https://www.dorosmaroc.com>

Exercice 01

Compléter par : $\in$; $\notin$; $\subset$; $\not\subset$:

$5 \dots \mathbb{D}$; $-7 \dots \mathbb{D}$; $\mathbb{N} \dots \mathbb{R}$
 $\mathbb{Z}^- \dots \mathbb{Z}$; $\sqrt{3} \dots \mathbb{Q}$; $-17 \dots \mathbb{Z}^-$

$\frac{12}{2} \dots \mathbb{N}$; $\mathbb{R} \dots \mathbb{Q}$; $\sqrt{-\frac{12}{3}} \dots \mathbb{Z}$

Solution de l'exercice 01

Compléter par : $\in$; $\notin$; $\subset$; $\not\subset$:

$5 \in \mathbb{D}$; $-7 \in \mathbb{D}$; $\mathbb{N} \subset \mathbb{R}$
 $\mathbb{Z}^- \subset \mathbb{Z}$; $\sqrt{3} \notin \mathbb{Q}$; $-17 \in \mathbb{Z}^-$

$\frac{12}{2} = 6 \notin \mathbb{N}$; $\mathbb{R} \not\subset \mathbb{Q}$; $-\sqrt{\frac{12}{3}} = -4 \in \mathbb{Z}$

Exercice 02

1) Soit x un réel strictement positif

Montrer que : $\frac{\frac{1}{x}}{1 + \frac{1}{x}} + \frac{1 - \frac{1}{x}}{\frac{1}{x}} = \frac{x^2}{x+1}$

2) x et y deux réels tels que non nuls et $x + y \neq 0$ et $x - y \neq 0$, montrer que

$$\frac{\frac{1}{x}}{\frac{1}{x} - \frac{1}{y}} - \frac{\frac{1}{y}}{\frac{1}{x} + \frac{1}{y}} = \frac{y^2 + x^2}{y^2 - x^2}$$

Solution de l'exercice 02

$$\begin{aligned} A &= \frac{\frac{1}{x}}{1 + \frac{1}{x}} + \frac{1 - \frac{1}{x}}{\frac{1}{x}} = \frac{\frac{1}{x}}{\frac{x+1}{x}} + \frac{x-1}{\frac{1}{x}} \\ &= \frac{1}{x} \times \frac{x}{x+1} + \frac{x-1}{x} \times \frac{x}{1} \\ &= \frac{1}{x+1} + x - 1 \\ &= \frac{1 + (x-1)(x+1)}{x+1} \end{aligned}$$

$$= \frac{1 + x^2 - 1}{x+1} = \frac{x^2}{x+1}$$

$$\begin{aligned} B &= \frac{\frac{1}{x}}{\frac{1}{x} - \frac{1}{y}} - \frac{\frac{1}{y}}{\frac{1}{x} + \frac{1}{y}} = \frac{\frac{1}{x}}{\frac{y-x}{xy}} - \frac{\frac{1}{y}}{\frac{y+x}{xy}} \\ &= \frac{1}{x} \times \frac{xy}{y-x} - \frac{1}{y} \times \frac{xy}{y+x} \\ &= \frac{y}{y-x} - \frac{x}{y+x} \end{aligned}$$

$$= \frac{y}{y-x} - \frac{x}{y+x} = \frac{y(y+x) - x(y-x)}{(y-x)(y+x)}$$

$$= \frac{y^2 + yx - xy + x^2}{y^2 - x^2}$$

$$= \frac{y^2 + x^2}{y^2 - x^2}$$

Exercice 03

1) Simplifier les expressions suivantes :

$$X = \frac{a^{16}}{a^{10}} \times \left(\frac{a^3}{a^2}\right)^2 \times \left(\frac{a^2}{a^4}\right)^4$$

$$Y = \frac{a^{-3} \times b \times (a^2 b^{-2})^4 \times a^5}{a^5 \times b^{-2} \times a^{-1} \times a^2 \times b^{-3}}$$

2) Montrer que

$$\frac{6^6 \times 27^4}{3^7 \times 12^2} = 3^9 \times 2^2$$

Solution de l'exercice 03

$$X = \frac{a^{16}}{a^{10}} \times \left(\frac{a^3}{a^2}\right)^2 \times \left(\frac{a^2}{a^4}\right)^4$$

$$X = a^{16-10} \times (a^{3-2})^2 \times \left(\frac{1}{a^2}\right)^4$$

$$X = a^6 \times a^2 \times \frac{1}{a^8} = a^8 \times \frac{1}{a^8} = 1$$

$$\begin{aligned} Y &= \frac{a^{-3} \times b \times (a^2 b^{-2})^4 \times a^5}{a^5 \times b^{-2} \times a^{-1} \times a^2 \times b^{-3}} \\ &= \frac{a^{-3} \times (a^2)^4 \times a^5 \times b \times (b^{-2})^4}{a^5 \times a^{-1} \times a^2 \times b^{-2} \times b^{-3}} \end{aligned}$$

$$= \frac{a^{-3} \times a^8 \times a^5 \times b \times b^{-8}}{a^5 \times a^{-1} \times a^2 \times b^{-2} \times b^{-3}} = \frac{a^{-3+8+5} \times b^{1-8}}{a^{5-1+2} \times b^{-2-3}} = \frac{a^{10} \times b^{-7}}{a^6 \times b^{-5}}$$

$$= \frac{a^{10} \times b^5}{a^6 \times b^7} = a^{10-6} \times b^{5-7} = a^4 b^{-2} = \frac{a^4}{b^2}$$

<https://www.dorosmaroc.com>

2) Montrer que

$$\frac{6^6 \times 27^4}{3^7 \times 12^2} = 3^9 \times 2^2$$

$$\frac{6^6 \times 27^4}{3^7 \times 12^2} = \frac{(2 \times 3)^6 \times (3^3)^4}{3^7 \times (3 \times 2^2)^2}$$

$$= \frac{2^6 \times 3^6 \times 3^{12}}{3^7 \times 3^2 \times 2^4}$$

$$= 3^{6+12-7-2} \times 2^{6-4}$$

$$= 3^9 \times 2^2$$

Exercice 04

1) Calculer et simplifier les nombres suivants :

$$A = (2\sqrt{3} + \sqrt{5})(2\sqrt{3} - \sqrt{5})$$

$$B = (\sqrt{3} + \sqrt{5})^2 - (\sqrt{3} - \sqrt{5})^2$$

$$C = \sqrt{\sqrt{7} + \sqrt{3}} \times \sqrt{\sqrt{7} - \sqrt{3}}$$

2) Soit $x \in \mathbb{R}$

Développer les expressions suivantes

$$A = (2x - 3)^2 + (x + 2)^2$$

$$B = (x - 2)(x^2 + 4x + 4)$$

3) $C = (x + 2)^3 - x(x - 1)^2$ Soit $x \in \mathbb{R}$

Factoriser les expressions suivantes :

$$A = 27x^3 + 8$$

$$B = 8x^3 - 1$$

$$C = 27 - x^3 - (x - 3)(x - 2) + 2(3 - x)^2$$

Solution de l'exercice 04

1) Calculer et simplifier les nombres suivants :

$$A = (2\sqrt{3} + \sqrt{5})(2\sqrt{3} - \sqrt{5})$$

$$= (2\sqrt{3})^2 - \sqrt{5}^2$$

$$= (2)^2 (\sqrt{3})^2 - 5$$

$$= 4 \times 3 - 5$$

$$= 12 - 5$$

$$= 7$$

$$B = (\sqrt{3} + \sqrt{5})^2 - (\sqrt{3} - \sqrt{5})^2$$

$$= \sqrt{3}^2 + 2\sqrt{3}\sqrt{5} + \sqrt{5}^2 - \sqrt{3}^2 + 2\sqrt{3}\sqrt{5} - \sqrt{5}^2$$

$$= 2\sqrt{3}\sqrt{5} + 2\sqrt{3}\sqrt{5}$$

$$= 4\sqrt{3}\sqrt{5}$$

$$= 4\sqrt{15}$$

$$C = \sqrt{\sqrt{7} + \sqrt{3}} \times \sqrt{\sqrt{7} - \sqrt{3}}$$

$$= \sqrt{(\sqrt{7} + \sqrt{3})(\sqrt{7} - \sqrt{3})}$$

$$= \sqrt{\sqrt{7}^2 - \sqrt{3}^2}$$

$$= \sqrt{7 - 3}$$

$$= \sqrt{4}$$

$$= 2$$

2) Soit $x \in \mathbb{R}$

Développer les expressions suivantes

$$A = (2x - 3)^2 + (x + 2)^2$$

$$= 4x^2 - 12x + 9 + x^2 + 4x + 4$$

$$= 5x^2 - 8x + 13$$

$$B = (x - 2)(x^2 + 4x + 4)$$

$$= x^3 + 4x^2 + 4x - 2x^2 - 8x - 8$$

$$= x^3 + 2x^2 - 4x - 8$$

$$C = (x + 2)^3 - x(x - 1)^2$$

$$= x^3 + 3 \times 2x^2 + 3 \times 4x + 8 - x(x^2 - 2x + 1)$$

$$= x^3 + 6x^2 + 12x + 8 - x^3 + 2x^2 - x$$

$$= 8x^2 + 11x + 8$$

3) Soit $x \in \mathbb{R}$

Factoriser les expressions suivantes :

$$A = 27x^3 + 8$$

$$= (3x)^3 + 2^3$$

$$= (3x + 2)((3x)^2 - 3x \times 2 + 2^2)$$

$$= (3x + 2)(9x^2 - 6x + 4)$$

$$B = 8x^3 - 1$$

$$= (2x)^3 - 1^3$$

$$= (2x - 1)((2x)^2 + 2x \times 1 + 1)$$

$$= (2x - 1)(4x^2 + 2x + 1)$$

$$C = 27 - x^3 - (x - 3)(x - 2) + 2(3 - x)^2$$

$$= (3 - x)[(9 + 3x + x^2) + (x - 2) + 2(3 - x)]$$

$$= (3 - x)[9 + 3x + x^2 + x - 2 + 6 - 2x]$$

$$= (3 - x)[x^2 + 2x + 13]$$

<https://www.dorosmaroc.com>

<https://www.dorosmaroc.com>

Exercice 06

On pose $A = \sqrt{4 - \sqrt{7}} - \sqrt{4 + \sqrt{7}}$

et $B = \sqrt{4 - \sqrt{7}} + \sqrt{4 + \sqrt{7}}$

1) a) Déterminer le signe de A

c) Montrer que $A = -\sqrt{2}$

2) Simplifier B

3) On pose : $a = \sqrt{4 - \sqrt{7}}$ et $b = \sqrt{4 + \sqrt{7}}$

Montrer que $a = \frac{\sqrt{14} - \sqrt{2}}{2}$ et $b = \frac{\sqrt{14} + \sqrt{2}}{2}$

Solution de l'exercice 06

1)a) On a : $4 - \sqrt{7} < 4 + \sqrt{7}$

Donc : $\sqrt{4 - \sqrt{7}} < \sqrt{4 + \sqrt{7}}$

Donc : $\sqrt{4 - \sqrt{7}} - \sqrt{4 + \sqrt{7}} < 0$

Donc : $A < 0$

2ème méthode : (Conjuguée)

$$\sqrt{4 - \sqrt{7}} - \sqrt{4 + \sqrt{7}} =$$

$$\frac{(\sqrt{4 - \sqrt{7}} - \sqrt{4 + \sqrt{7}})(\sqrt{4 - \sqrt{7}} + \sqrt{4 + \sqrt{7}})}{\sqrt{4 - \sqrt{7}} + \sqrt{4 + \sqrt{7}}}$$

$$A = \frac{\sqrt{4 - \sqrt{7}}^2 - \sqrt{4 + \sqrt{7}}^2}{\sqrt{4 - \sqrt{7}} + \sqrt{4 + \sqrt{7}}}$$

$$= \frac{4 - \sqrt{7} - 4 - \sqrt{7}}{\sqrt{4 - \sqrt{7}} + \sqrt{4 + \sqrt{7}}}$$

$$= \frac{-2\sqrt{7}}{\sqrt{4 - \sqrt{7}} + \sqrt{4 + \sqrt{7}}}$$

$$= \frac{-2\sqrt{7}}{\sqrt{4 - \sqrt{7}} + \sqrt{4 + \sqrt{7}}} < 0$$

b) Montrer que $A = -\sqrt{2}$

$$A^2 = \left(\sqrt{4 - \sqrt{7}} - \sqrt{4 + \sqrt{7}} \right)^2$$

$$= 4 - \sqrt{7} - 2\sqrt{4 - \sqrt{7}}\sqrt{4 + \sqrt{7}} + 4 + \sqrt{7}$$

$$= 8 - 2\sqrt{(4 - \sqrt{7})(4 + \sqrt{7})}$$

$$= 8 - 2\sqrt{16 - 7}$$

$$= 8 - 2\sqrt{9}$$

$$= 8 - 6$$

$$= 2$$

Donc $A^2 = 2$ donc $A = \sqrt{2}$ ou $A = -\sqrt{2}$

et comme $A < 0$ alors $A = -\sqrt{2}$

1) Simplifier B

$$B^2 = \left(\sqrt{4 - \sqrt{7}} + \sqrt{4 + \sqrt{7}} \right)^2$$

$$= 4 - \sqrt{7} + 2\sqrt{4 - \sqrt{7}}\sqrt{4 + \sqrt{7}} + 4 + \sqrt{7}$$

$$= 8 + 2\sqrt{(4 - \sqrt{7})(4 + \sqrt{7})}$$

$$= 8 + 2\sqrt{16 - 7}$$

$$= 8 + 2\sqrt{9}$$

$$= 8 + 6$$

$$= 14$$

Donc

$A^2 = 14$ donc $A = \sqrt{14}$ ou $A = -\sqrt{14}$

et comme $B > 0$ alors $B = \sqrt{14}$

En déduire une écriture simplifiée de

$$a = \sqrt{4 - \sqrt{7}} \text{ et } b = \sqrt{4 + \sqrt{7}}$$

On a : $a + b = A$ et $a - b = B$

Donc : $a + b = \sqrt{14}$ et $a - b = -\sqrt{2}$

Donc : $2a = \sqrt{14} - \sqrt{2}$; $(L_1 + L_2)$

$$\text{Donc } a = \frac{\sqrt{14} - \sqrt{2}}{2}$$

Et on a : $a + b = \sqrt{14}$

$$\text{Donc : } \frac{\sqrt{14} - \sqrt{2}}{2} + b = \sqrt{14}$$

$$\text{Donc : } b = \sqrt{14} - \frac{\sqrt{14} - \sqrt{2}}{2}$$

$$\text{Donc : } b = \frac{2\sqrt{14} - \sqrt{14} + \sqrt{2}}{2}$$

$$\text{Donc : } b = \frac{\sqrt{14} + \sqrt{2}}{2}$$

Exercice 05

1) Montrer que $\sqrt{1 + \frac{1}{2}} \times \sqrt{1 - \frac{1}{3}} \in \mathbb{Q}$

2) Montrer que $\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3} - \sqrt{2}} - \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3} + \sqrt{2}} \in \mathbb{N}$

3) Montrer que $\left(\frac{\sqrt{5 - 2\sqrt{3}}}{3}\right)^2 + \left(\frac{1 + \sqrt{3}}{3}\right)^2 \in \mathbb{N}$

Solution de l'exercice 05

<https://www.dorosmaroc.com>

<https://www.dorosmaroc.com>

1) Montrer que $\sqrt{1 + \frac{1}{2}} \times \sqrt{1 - \frac{1}{3}} \in \mathbb{Q}$

$$\begin{aligned} \sqrt{1 + \frac{1}{2}} \times \sqrt{1 - \frac{1}{3}} &= \sqrt{\frac{3}{2}} \times \sqrt{\frac{2}{3}} \\ &= \sqrt{\frac{3}{2} \times \frac{2}{3}} \\ &= \sqrt{1} \\ &= 1 \in \mathbb{Q} \end{aligned}$$

Donc $\sqrt{1 + \frac{1}{2}} \times \sqrt{1 - \frac{1}{3}} \in \mathbb{Q}$

2) Montrer que $\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3} - \sqrt{2}} - \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3} + \sqrt{2}} \in \mathbb{N}$

$$\begin{aligned} \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3} - \sqrt{2}} - \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3} + \sqrt{2}} &= \frac{\sqrt{3}(\sqrt{3} + \sqrt{2}) - \sqrt{2}(\sqrt{3} - \sqrt{2})}{(\sqrt{3} - \sqrt{2})(\sqrt{3} + \sqrt{2})} \\ &= \frac{\sqrt{3}\sqrt{3} + \sqrt{3}\sqrt{2} - \sqrt{2}\sqrt{3} + \sqrt{2}\sqrt{2}}{(\sqrt{3} - \sqrt{2})(\sqrt{3} + \sqrt{2})} \\ &= \frac{\sqrt{3}^2 + \sqrt{2}^2}{\sqrt{3}^2 - \sqrt{2}^2} \\ &= \frac{3 + 2}{3 - 2} = 5 \in \mathbb{N} \end{aligned}$$

3) Montrer que $(\frac{\sqrt{5 - 2\sqrt{3}}}{3})^2 + (\frac{1 + \sqrt{3}}{3})^2 \in \mathbb{N}$

$$\begin{aligned} &(\frac{\sqrt{5 - 2\sqrt{3}}}{3})^2 + (\frac{1 + \sqrt{3}}{3})^2 \\ &= \frac{5 - 2\sqrt{3}}{9} + \frac{(1 + \sqrt{3})^2}{9} \\ &= \frac{5 - 2\sqrt{3}}{9} + \frac{1 + 2\sqrt{3} + 3}{9} \\ &= \frac{5 - 2\sqrt{3} + 4 + 2\sqrt{3}}{9} \\ &= \frac{9}{9} = 1 \in \mathbb{N} \end{aligned}$$

Solution de l'exercice 07

a et b deux réels tels que :

$a + b = 2$ et $a^2 + b^2 = 8$

1) a) Calculer la valeur de $a \times b$

On a : $(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$

Donc : $2ab + a^2 + b^2 = (a + b)^2$

Donc : $2ab = (a + b)^2 - (a^2 + b^2)$

Donc : $ab = \frac{(a + b)^2 - (a^2 + b^2)}{2}$

Donc : $ab = \frac{(2)^2 - (8)}{2}$

Donc : $ab = -2$

b) En déduire la valeur de $a^3 + b^3$

$$\begin{aligned} a^3 + b^3 &= (a + b)(a^2 - ab + b^2) \\ &= 2(8 + 2) = 20 \end{aligned}$$

2) Calculer $a^4 + b^4$, puis $a^6 + b^6$

On a : $(a^2 + b^2)^2 = a^4 + 2a^2b^2 + b^4$

Donc : $(a^2 + b^2)^2 - 2a^2b^2 = a^4 + b^4$

Donc : $a^4 + b^4 = (a^2 + b^2)^2 - 2(ab)^2$
 $= (8)^2 - 2(-2)^2$
 $= 56$

On a : $(a^3 + b^3)^2 = a^6 + 2a^3b^3 + b^6$

Donc : $(a^3 + b^3)^2 - 2a^3b^3 = a^6 + b^6$

Donc : $a^6 + b^6 = (a^3 + b^3)^2 - 2(ab)^3$
 $= (20)^2 - 2(-2)^3$
 $= 400 + 16 = 416$

Solution de l'exercice 08

Soit x un réel strictement positif

1) Montrer que $\frac{1}{\sqrt{x} + \sqrt{x+1}} = \sqrt{x+1} - \sqrt{x}$

$$\begin{aligned} \sqrt{x+1} - \sqrt{x} &= \frac{(\sqrt{x+1} - \sqrt{x})(\sqrt{x+1} + \sqrt{x})}{\sqrt{x+1} - \sqrt{x}} \\ &= \frac{\sqrt{x+1}^2 - \sqrt{x}^2}{\sqrt{x+1} + \sqrt{x}} = \frac{1}{\sqrt{x+1} + \sqrt{x}} \end{aligned}$$

3) On pose

$S = \frac{1}{\sqrt{1} + \sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{2} + \sqrt{3}} + \dots + \frac{1}{\sqrt{99} + \sqrt{100}}$

Montrer que $S \in \mathbb{N}$

$$\begin{aligned} S &= \frac{1}{\sqrt{1} + \sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{2} + \sqrt{3}} + \dots + \frac{1}{\sqrt{99} + \sqrt{100}} \\ &= \sqrt{2} - \sqrt{1} + \sqrt{3} - \sqrt{2} + \dots + \sqrt{100} - \sqrt{99} \\ &= \sqrt{100} - \sqrt{1} \\ &= 10 - 1 = 9 \in \mathbb{N} \end{aligned}$$