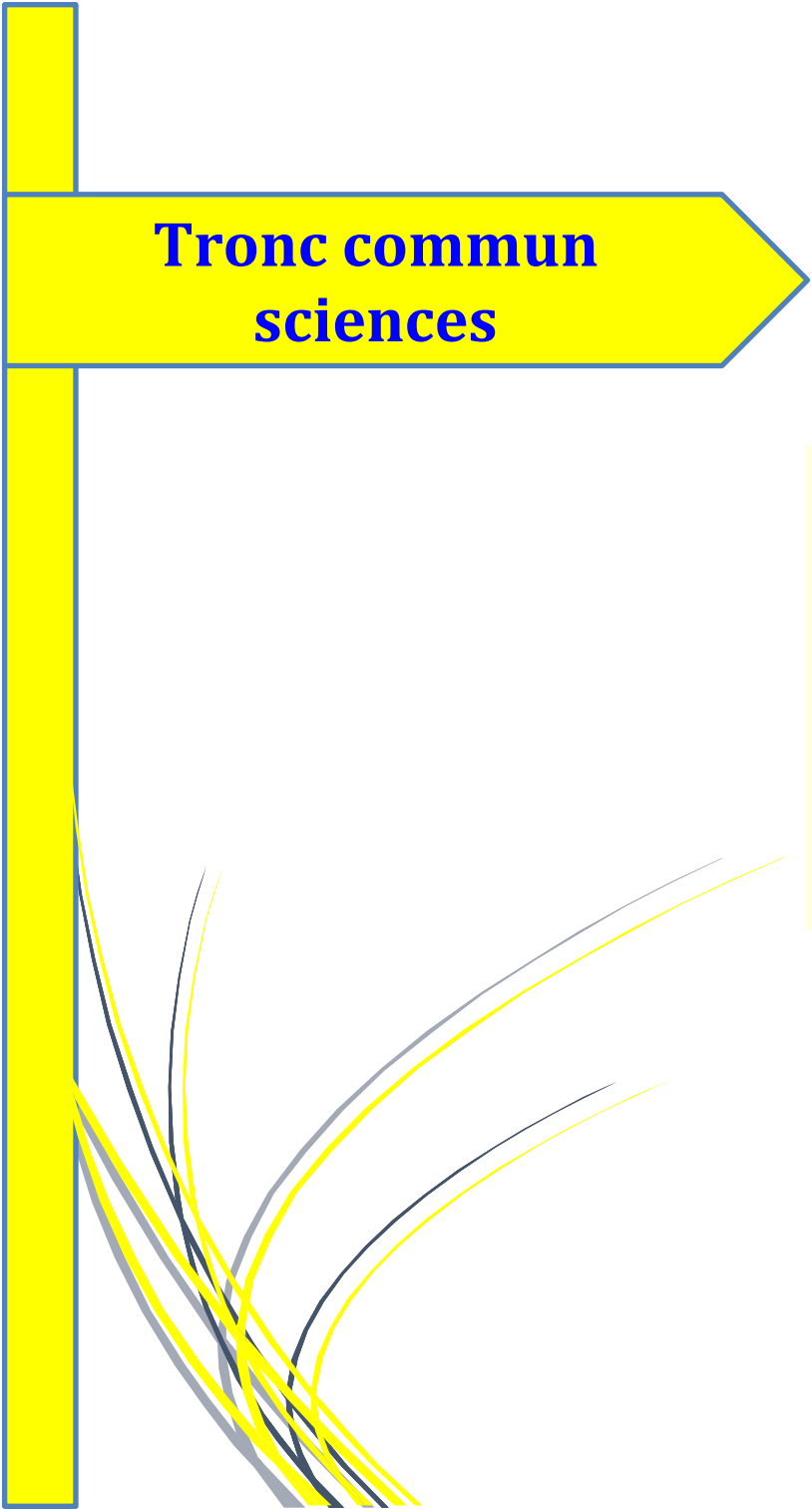




**Tronc commun
sciences**

Série corrigée 3 : Projection dans le plan

Tronc commun sciences

<https://www.dorosmaroc.com>

		Série 3 :	Tronc commun science
https://www.dorosmaroc.com		Projection dans le plan	https://www.dorosmaroc.com
Exercice 01 ABCD un parallélogramme de centre O 1) On considère P_1 la projection sur (DC) parallèlement à (AD) a) Déterminer $P_1(A)$; $P_1(B)$; $P_1(C)$ et $P_1(D)$ b) Construire $P_1(O)$ 2) On considère P_2 la projection sur (BC) parallèlement à (BD) Déterminer $P_2(O)$; $P_2(B)$; $P_2(C)$ et $P_2(D)$		Exercice 03 ABC est un triangle Et soit Le point E tel que $\overrightarrow{AE} = \frac{2}{3}\overrightarrow{AB}$ 1) Construire le point E' le projeté de E sur la droite (AC) parallèlement à (BC) 2) a) Montrer que : $\overrightarrow{AE'} = \frac{2}{3}\overrightarrow{AC}$ b) En déduire que les droites (EE') et (BC) sont parallèles	Exercice 05 ABC est un triangle et D un point de la droite (BC) à l'extérieur du segment [BC] Soit le point H tel que : $\overrightarrow{AH} = \frac{1}{3}\overrightarrow{AD}$ et N le projeté de D sur la droite (AC) parallèlement à (HC) et M le projeté de D sur la droite (AB) parallèlement à (HB) 1) Faire un figure 2) Montrer que : $\overrightarrow{AC} = \frac{1}{3}\overrightarrow{AN}$ et $\overrightarrow{AB} = \frac{1}{3}\overrightarrow{AM}$ 3) En déduire que (BC) // (MN)
Exercice 02 ABC est un triangle Le point D le projeté orthogonale de point B sur la droite (AC) Le point E le projeté orthogonale de point C sur la droite (AB) Le point F le projeté orthogonale de point D sur la droite (AB) Le point H le projeté orthogonale de point E sur la droite (AC) 1) Faire une figure 2) Montrer que : $AE \times AD = AC \times AF$ 3) Montrer que : $AE \times AD = AH \times AB$ 4) En déduire que : (BC) // (FH)		Exercice 04 ABC est un triangle dans le plan Et A' le milieu du segment [BC] Soit le point D tel que : $\overrightarrow{AD} = \frac{3}{4}\overrightarrow{AA'}$ 1) Construire E le projeté de D sur la droite (BC) parallèlement à (AB) 2) Construire F le projeté de D sur la droite (BC) parallèlement à (AC) 3) Montrer que : $\overrightarrow{BE} = \frac{3}{4}\overrightarrow{BA'}$ et $\overrightarrow{CF} = \frac{3}{4}\overrightarrow{CA'}$ 4) En déduire que A' est le milieu du segment [EF]	Exercice 06 ABC est un triangle Soient I et I' deux points tel que : $\overrightarrow{AI} = \frac{2}{3}\overrightarrow{AC}$ et $\overrightarrow{AI'} = \frac{2}{3}\overrightarrow{AB}$ 1) Montrer que I' est le projeté de I sur la droite (AB) parallèlement à (BC) 2) Soit M le milieu du segment [BC] La droite (AM) coupe la droite (II') en G a) Montrer que $\overrightarrow{AG} = \frac{2}{3}\overrightarrow{AM}$ b) En déduire que A ; G et M sont alignés

Exercice 01

ABCD un parallélogramme de centre O

1) On considère P_1 la projection sur (DC) parallèlement à (AD)

a) Déterminer

$P_1(A)$; $P_1(B)$; $P_1(C)$ et $P_1(D)$

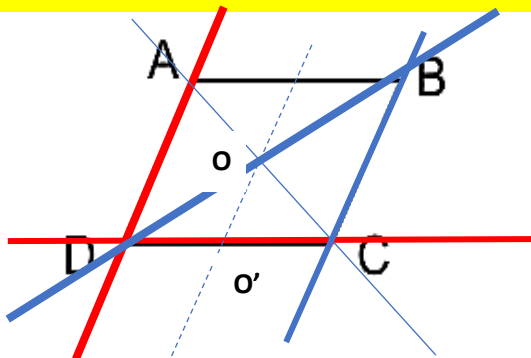
b) Construire $P_1(O)$

2) On considère P_2 la projection sur (BC) parallèlement à (BD)

Déterminer

$P_2(O)$; $P_2(B)$; $P_2(C)$ et $P_2(D)$

Solution



1) a) $P_1(A) = D$; $P_1(B) = C$

$P_1(C) = C$; $P_1(D) = D$

b) $P(O) = O'$, tel que O est le milieu du segment [DC]

2) $P_2(O) = B$; $P_2(B) = B$

$P_2(C) = C$; $P_1(D) = B$

Exercice 02

ABC est un triangle

Le point D le projeté orthogonale de point B sur la droite (AC)

Le point E le projeté orthogonale de point C sur la droite (AB)

Le point F le projeté orthogonale de point D sur la droite (AB)

Le point H le projeté orthogonale de point E sur la droite (AC)

1) Faire une figure

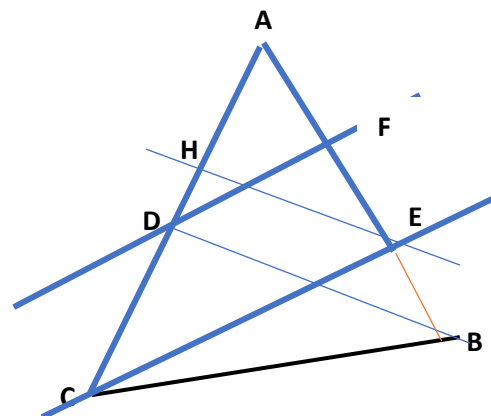
2) Montrer que : $AE \times AD = AC \times AF$

3) Montrer que : $AE \times AD = AH \times AB$

4) En déduire que : $(BC) \parallel (FH)$

Solution

1)



2) Considérons le triangle AEC

On a Le point E le projeté orthogonale de point C sur la droite (AB)

Donc $(EC) \perp (AB)$; (*)

Et Le point F le projeté orthogonale de point D sur la droite (AB)

Donc $(DF) \perp (AB)$; (**)

De (*) et (**), on a $(EC) \parallel (DF)$

Donc d'après **théorème directe de THALES** on a

$$\frac{AE}{AF} = \frac{AC}{AD}$$

Donc : $AE \times AD = AC \times AF$

1) Considérons le triangle ABD

On a Le point D le projeté orthogonale de point B sur la droite (AC)

Donc $(BD) \perp (AC)$; (*)

Et Le point H le projeté orthogonale de point E sur la droite (AC)

Donc $(EH) \perp (AC)$; (**)

De (*) et (**), on a $(EH) \parallel (BD)$

Donc d'après **théorème directe de THALES** on a

$$\frac{AE}{AB} = \frac{AH}{AD}$$

Donc : $AE \times AD = AH \times AB$

Exercice 03

ABC est un triangle

Le point E tel que : $\overrightarrow{AE} = \frac{2}{3}\overrightarrow{AB}$

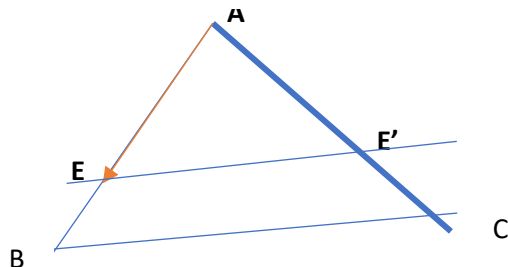
1) Construire le point E' le projeté de E sur la droite (AC) parallèlement à (BC)

2) a) Montrer que : $\overrightarrow{AE'} = \frac{2}{3}\overrightarrow{AC}$

b) En déduire que les droites (EE') et (BC) sont parallèles

Solution

1)



2)a) Montrer que : $\overrightarrow{AE'} = \frac{2}{3}\overrightarrow{AC}$

Soit P la projection sur la droite (AC) parallèlement à (BC)

On a : $\overrightarrow{AE} = \frac{2}{3}\overrightarrow{AB}$

Et $P(A) = A$; $P(E) = E'$ et $P(B) = C$

Donc $\overrightarrow{AE'} = \frac{2}{3}\overrightarrow{AC}$

Car la projection conserve l'alignement de trois points

b) En déduire que les droites (EE') et (BC) sont parallèles

$$\begin{aligned}\overrightarrow{EE'} &= \overrightarrow{EA} + \overrightarrow{AE'} \\ &= \frac{2}{3}\overrightarrow{BA} + \frac{2}{3}\overrightarrow{AC} \\ &= \frac{2}{3}(\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{AC}) \\ &= \frac{2}{3}\overrightarrow{BC} \\ \text{Donc } \overrightarrow{EE'} &= \frac{2}{3}\overrightarrow{BC}\end{aligned}$$

Donc $\overrightarrow{EE'}$ et $\overrightarrow{BC}$ sont colinéaires

Donc les droites (EE') et (BC) sont parallèles

Exercice 04

ABC est un triangle dans le plan

Et A' le milieu du segment [BC]

Soit le point D tel que : $\overrightarrow{AD} = \frac{3}{4}\overrightarrow{AA'}$

1) Construire E le projeté de D sur la droite (BC) parallèlement à (AB)

2) Construire F le projeté de D sur la droite (BC) parallèlement à (AC)

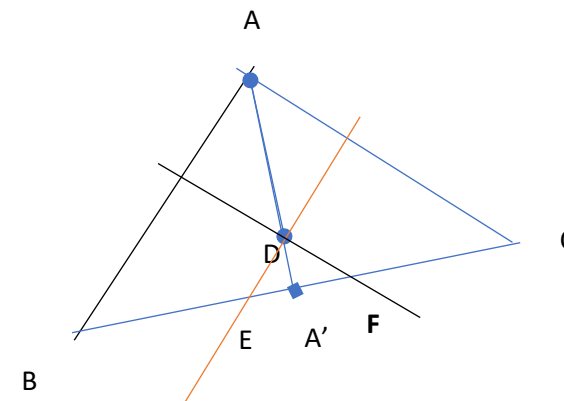
3) Montrer que : $\overrightarrow{BE} = \frac{3}{4}\overrightarrow{BA'}$

et $\overrightarrow{CF} = \frac{3}{4}\overrightarrow{CA'}$

4) En déduire que A' est le milieu du segment [EF]

Solution

1)



3) Soit P_1 la projection sur la droite (BC) parallèlement à (AB)

On a : $\overrightarrow{AD} = \frac{3}{4}\overrightarrow{AA'}$

Et $P_1(A) = B$; $P_1(A') = A'$ et $P_1(D) = E$

Donc $\overrightarrow{BE} = \frac{3}{4}\overrightarrow{BA'}$

Car la projection conserve le coefficient de colinéarité

➤ Soit P_2 la projection sur la droite (BC) parallèlement à (AC)

On a : $\overrightarrow{AD} = \frac{3}{4}\overrightarrow{AA'}$

Et $P_2(C) = B$; $P_2(A') = A'$ et $P_2(D) = F$

Donc $\overrightarrow{CF} = \frac{3}{4}\overrightarrow{CA'}$

Correction de série 3 : Projection dans le plan

4) On a A' le milieu du segment $[BC]$

Donc $\overrightarrow{BA'} = \overrightarrow{A'C}$

Et on a $\overrightarrow{BE} = \frac{3}{4}\overrightarrow{BA'}$ et $\overrightarrow{CF} = \frac{3}{4}\overrightarrow{CA'}$

Donc $\overrightarrow{BE} = \frac{3}{4}\overrightarrow{BA'}$ et $\overrightarrow{FC} = \frac{3}{4}\overrightarrow{A'C}$

Donc $BE = FC$

Et on a : $BE + EA' = FC + A'F$

Donc $EA' = A'F$

Et on a les points E ; A' et F sont alignés

donc A' est le milieu du segment $[EF]$

Exercice 05

ABC est un triangle et D un point de la droite (BC) à l'extérieur du segment $[BC]$

Soit le point H tel que : $\overrightarrow{AH} = \frac{1}{3}\overrightarrow{AD}$

Et N le projeté de D sur la droite (AC) parallèlement à (HC)

et M le projeté de D sur la droite (AB) parallèlement à (HB)

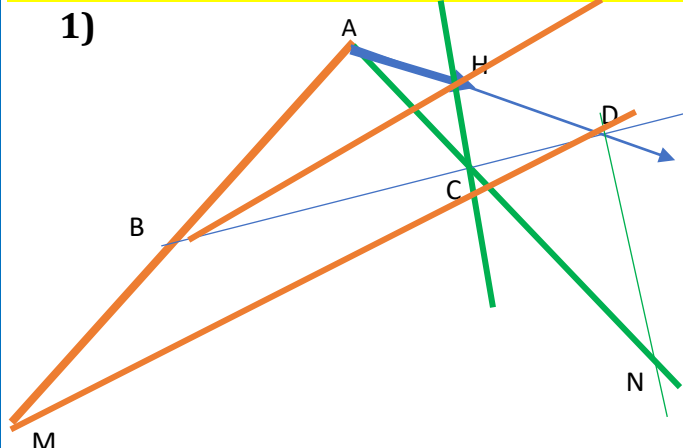
1) Faire un figure

2) Montrer que $\overrightarrow{AC} = \frac{1}{3}\overrightarrow{AN}$ et

$\overrightarrow{AB} = \frac{1}{3}\overrightarrow{AM}$

3) En déduire que $(BC) \parallel (MN)$

Solution



2) Soit P_1 la projection sur la droite (AC) parallèlement à (HC)

On a : $\overrightarrow{AH} = \frac{1}{3}\overrightarrow{AD}$

Et $P_1(A) = A$; $P_1(H) = C$ et $P_1(D) = N$

Donc $\overrightarrow{AC} = \frac{1}{3}\overrightarrow{AN}$

Car la projection conserve le coefficient de colinéarité

➤ Soit P_2 la projection sur la droite (AB) parallèlement à (HB)

On a : $\overrightarrow{AH} = \frac{1}{3}\overrightarrow{AD}$

Et $P_2(A) = A$; $P_2(H) = B$ et $P_2(D) = M$

Donc $\overrightarrow{AB} = \frac{1}{3}\overrightarrow{AM}$

Car la projection conserve le coefficient de colinéarité

3) En déduire que $(BC) \parallel (MN)$

On a $\overrightarrow{AC} = \frac{1}{3}\overrightarrow{AN}$ et $\overrightarrow{AB} = \frac{1}{3}\overrightarrow{AM}$

Donc $\overrightarrow{CA} = \frac{1}{3}\overrightarrow{NA}$ et $\overrightarrow{AB} = \frac{1}{3}\overrightarrow{AM}$

Donc $\overrightarrow{CA} + \overrightarrow{AB} = \frac{1}{3}\overrightarrow{NA} + \frac{1}{3}\overrightarrow{AM}$

Donc $\overrightarrow{CB} = \frac{1}{3}(\overrightarrow{NA} + \overrightarrow{AM})$

Donc $\overrightarrow{CB} = \frac{1}{3}\overrightarrow{NM}$

Donc les vecteurs $\overrightarrow{CB}$ et $\overrightarrow{NM}$ sont colinéaires

Donc $(BC) \parallel (MN)$

Exercice 06

ABC est un triangle

Soient I et I' deux points tel que :

$\overrightarrow{AI} = \frac{2}{3}\overrightarrow{AC}$ et $\overrightarrow{AI'} = \frac{2}{3}\overrightarrow{AB}$

1) Montrer que I' est le projeté de I sur la droite (AB) parallèlement à (BC)

2) Soit M le milieu du segment $[BC]$

La droite (AM) coupe la droite (II') en G

a) Montrer que : $\overrightarrow{AG} = \frac{2}{3}\overrightarrow{AM}$

b) En déduire que A ; G et M sont alignés

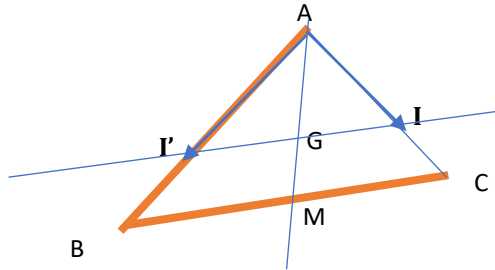
Correction de série 3 : Projection dans le plan

Tronc commun science

Page 04

<https://www.dorosmaroc.com>

Solution



1) Montrer que I' est le projeté de I sur la droite (AB) parallèlement à (BC)

Soit P la projection sur la droite (AB) parallèlement à (BC)

On a : $P(A)=B'$; $P(C)=C$

De plus $\overrightarrow{AI} = \frac{2}{3}\overrightarrow{AC}$ et $\overrightarrow{AI'} = \frac{2}{3}\overrightarrow{AB}$

Donc d'après théorème réciproque de THALES on a $P(I)=I'$

2)a) Montrons que $\overrightarrow{AG} = \frac{2}{3}\overrightarrow{AM}$
Soit P_1 la projection sur la droite (AM) parallèlement à (BC)

On a : $\overrightarrow{AI} = \frac{2}{3}\overrightarrow{AC}$

Et $P_1(A) = A$; $P_1(I) = G$ et $P_1(C) = M$

Donc $\overrightarrow{AG} = \frac{2}{3}\overrightarrow{AM}$

Car la projection conserve le coefficient de colinéarité

b) En déduire que A ; G et M sont alignés

On a $\overrightarrow{AG} = \frac{2}{3}\overrightarrow{AM}$

Donc les vecteurs $\overrightarrow{AG}$ et $\overrightarrow{AM}$ sont colinéaires

Donc les points A ; G et M sont alignés