

A) Barycentre de deux points pondérés

Il existe un point G unique tel que :

$$a \overrightarrow{GA} + b \overrightarrow{GB} = \vec{0} \quad \text{avec } a + b \neq 0$$

G est appelé le **barycentre** de (A, a) et (B, b)

Remarque : $G = \text{bary}\{(A, a); (B, b)\}$ alors

les points A, B et G sont alignés ou $G \in (AB)$

Invariance du barycentre de deux points

Pour tout $k \neq 0$ on a :

$$\begin{aligned} G &= \text{bary}\{(A, a); (B, b)\} \\ &= \text{bary}\{(A, ka); (B, kb)\} \end{aligned}$$

Isobarycentre

Si $a = b$: G est appelé l'**isobarycentre** de (A, a) et (B, b)

Dans ce cas : G est le milieu du segment [AB]

G est le milieu du segment [AB] alors :

$$G = \text{bary}\{(A, 1); (B, 1)\}$$

Propriété caractéristique du barycentre de deux points pondérés

G est le barycentre de (A, a) et (B, b) ssi pour tout points M du plan on a :

$$a \overrightarrow{MA} + b \overrightarrow{MB} = (a + b) \overrightarrow{MG}$$

Résultat :

G est le barycentre de (A, a) et (B, b) donc

$$\overrightarrow{AG} = \frac{b}{(a+b)} \overrightarrow{AB}$$

$$\text{ou } \overrightarrow{BG} = \frac{a}{(a+b)} \overrightarrow{BA}$$

Cordonnées de G dans un repère orthonormé

Soient $A(x_A, y_A)$ et $B(x_B, y_B)$ deux points

et $G = \text{bary}\{(A, a); (B, b)\}$

$$\text{donc } x_G = \frac{a x_A + b x_B}{(a+b)}$$

$$\text{et } y_G = \frac{a y_A + b y_B}{(a+b)}$$

B) barycentre de trois points pondérés

Il existe un point G unique tel que :

$$a \overrightarrow{GA} + b \overrightarrow{GB} + c \overrightarrow{GC} = \vec{0}$$

avec : $a + b + c \neq 0$

G est appelé le **barycentre des points**

(A, a) ; (B, b) et (C, c)

Invariance du barycentre

$k \neq 0$ on a : $G = \text{bary}\{(A, a); (B, b), (C, c)\}$

$$= \text{bary}\{(A, ka); (B, kb), (C, kc)\}$$

Centre de gravité un triangle

➤ Si $a = b = c$ alors G est appelé centre de gravité du triangle ABC

➤ C-à-dire que $\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} = \vec{0}$

➤ G le centre de gravité du triangle ABC alors $G = \text{bary}\{(A, 1); (B, 1); (C, 1)\}$

Propriété caractéristique du barycentre de trois points pondérés

G est le barycentre de (A, a) et (B, b) et (C, c) ssi pour tout points M du plan :

$$a \overrightarrow{MA} + b \overrightarrow{MB} + c \overrightarrow{MC} = (a + b + c) \overrightarrow{MG}$$

avec : $a + b + c \neq 0$

Construction et position du G

(méthode de parallélogramme)

G est le barycentre de (A, a); (B, b) et (C, c)

$$\text{donc } \overrightarrow{AG} = \frac{b}{(a+b+c)} \overrightarrow{AB} + \frac{c}{(a+b+c)} \overrightarrow{AC}$$

Associativité du barycentre

Soient $G = \text{bary}\{(A, a); (B, b); (C, c)\}$

et $H = \text{bary}\{(A, a); (B, b)\}$

Alors $G = \text{bary}\{(H, a + b); (C, c)\}$

avec $a + b \neq 0$