

Niveau : 1APIC	Les nombres en écriture fractionnaire.	Matière : Mathématiques
Chapitre : 2		https://www.dorosmaroc.com

Durée : 12 h

Orientations pédagogiques

Les fractions sont des acquis de l'école primaire. Mais certaines difficultés peuvent subsister et réapparaître au collège. Au collège, il s'agit de consolider ces acquis, d'ancrer le sens des fractions et de l'écriture fractionnaire des nombres. Il s'agit aussi d'introduire une nouvelle conception des fractions et de renforcer le sens et les calculs sur les fractions.

L'écriture fractionnaire a en effet deux significations : $\frac{a}{b}$ c'est le quotient de a par b ; mais $\frac{a}{b}$ c'est aussi $a \times \frac{1}{b}$. dans le premier cas $\frac{a}{b}$ est conçu comme une proportion, dans le second cas $\frac{a}{b}$ est un nombre à part entière.

L'utilisation d'une écriture fractionnaire pour exprimer une proportion, une fréquence est à relier à la notion de quotient. Dans le traitement mathématique des problèmes de la vie courante, les fractions interviennent rarement en tant que nombre. L'utilisation des nombres décimaux est souvent suffisante et doit être privilégiée.

Les compétences

- ✓ Ecrire un nombre décimal sous forme fractionnaire.
- ✓ Réduction d'une fraction.
- ✓ Exprimer une fraction par différentes écritures fractionnaires.
- ✓ Comparer, additionner et soustraire deux nombres en écriture fractionnaire dans le cas où :
 - Les dénominateurs sont les mêmes ;
 - Le dénominateur de l'un est multiple du celui de l'autre.
- ✓ Effectuer le produit et le quotient de deux fractions.
- ✓ Ramener le dénominateur décimal à un dénominateur entier.

Les prérequis

- Les opérations sur les nombres entiers et décimaux.
- Les multiples et les diviseurs.
- Les fractions.
- Les critères de divisibilités.

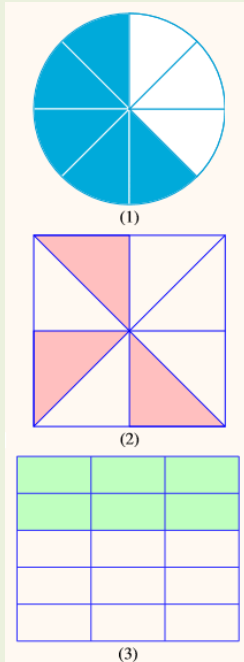
Les extensions

- Factorisation et développement.
- Les équations.
- Les nombres rationnels.
- Théorème de Thalès.

Activités

Activité 01 :

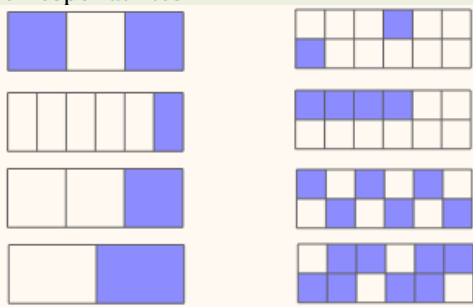
- 1) Exprimer par une fraction la partie de chaque figure qui a été colorée :



- 2) A quelle opération mathématique correspond le nombre $\frac{7}{4}$?
3) Trouver l'écriture décimale de $\frac{7}{4}$.

Activité 02 :

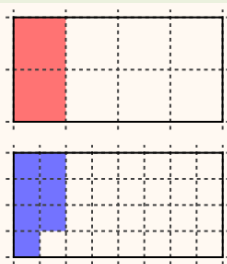
- 1) Relier par un trait les figures dont les proportions de surface colorée sont égales, puis déduire les égalités de fractions correspondantes



- 2) Comment passe-t-on d'une fraction à sa fraction égale (avec une même opération sur le numérateur et le dénominateur) ?

Activité 03 :

On a tracé, ci-dessous, deux rectangles de même aire



- 1) Déterminer la fraction du rectangle correspondant à la zone colorée en rouge
2) Quelle est la fraction qui représente la zone colorée en bleu

Contenu du cours et applications

I) Ecriture fractionnaire et fraction :

1) Définition :

Soit a et b deux nombres décimaux tel que $b \neq 0$.

- le quotient de a par b est noté $\frac{a}{b}$, cette notation est appelée **une écriture fractionnaire**.
- Le nombre a est appelée **le numérateur**.
- Le nombre b est appelée **le dénominateur**.

2) Exemple :

On considère les écritures fractionnaire suivantes :

$$\frac{2,5}{4} \quad ; \quad \frac{11}{3,7} \quad ; \quad \frac{0,12}{5,4} \quad ; \quad \frac{11}{27}$$

3) Remarque :

Le quotient $\frac{a}{b}$ est appelé **une fraction** lorsque a et b sont des entiers.

4) Exemple :

- $\frac{11}{27}$ est en même temps une fraction et une écriture fractionnaire.
- $\frac{11}{3,7}$ n'est pas une fraction mais c'est une écriture fractionnaire.

5) Rendre une écriture fractionnaire en une fraction :

Pour rendre une écriture fractionnaire en une fraction on multiplie **le numérateur** et **le dénominateur** par : **10** ou **100** ou **1000** ou

6) Exemple :

$$\begin{aligned} \bullet \quad \frac{2,5}{4} &= \frac{2,5 \times 10}{4 \times 10} = \frac{25}{40} \\ \bullet \quad \frac{11}{3,73} &= \frac{11 \times 100}{3,73 \times 100} = \frac{1100}{373} \\ \bullet \quad \frac{0,12}{5,4} &= \frac{0,12 \times 100}{5,4 \times 100} = \frac{12}{540} \end{aligned}$$

II) Egalité de deux quotients :

1) Règle :

Soit a et b deux nombres décimaux tel que $b \neq 0$.

- le quotient $\frac{a}{b}$ ne change pas **si on multiplie** ou **si on divise son numérateur** et **son dénominateur** par le même nombre non nul k ,
- Autrement dit : $\frac{a}{b} = \frac{a \times k}{b \times k}$ et $\frac{a}{b} = \frac{a \div k}{b \div k}$

2) Exemple :

$$\begin{aligned} \bullet \quad \frac{11}{3} &= \frac{11 \times 5}{3 \times 5} = \frac{55}{15} \\ \bullet \quad \frac{24}{27} &= \frac{24 \div 3}{27 \div 3} = \frac{8}{9} \end{aligned}$$

III) Simplification d'une fraction :

1) Règle :

Pour **simplifier** une fraction on divise son numérateur et son dénominateur par leur **plus grand diviseur commun**.

2) Exemple :

$$\frac{24}{18} = \frac{24 \div 6}{18 \div 6} = \frac{4}{3} \quad \text{ou} \quad \frac{24}{18} = \frac{4 \times 6}{3 \times 6} = \frac{4}{3}$$

3) Remarque :

Lorsque la fraction trouvée n'admet pas de simplification, on dit qu'il s'agit d'une fraction irréductible comme $\frac{3}{4}$; $\frac{1}{5}$; $\frac{11}{17}$;

<https://www.dorosmaroc.com/>

Activités

- 3) A l'aide du graphique, comparer ces deux fractions
- 4) Compléter, dans le triangle de gauche, la zone colorée en rouge qui correspond à $\frac{8}{32}$ du triangle
On a en effet : $\frac{2}{8} = \frac{8}{32}$
- 5) Sans utiliser le graphique, faut-il alors comparer les deux fractions de la question 1 et 2 ? comment ?
- 6) Compléter : Pour comparer deux fractions, il faut qu'elles aient le même (dénominateur)
 - On peut aussi les comparer si elles ont le même (numérateur)

Activité 04 :

- I) Kenza a acheté une tablette de chocolat noir de 18 carrés (voir figure)

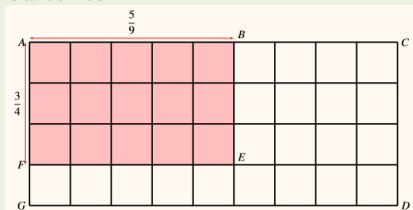


Kenza a mangé 5 carrés et son frère Othmane 7 carrés

- 1) a : Quelle fraction représente ce que Kenza a-t-elle mangé de la tablette de chocolat ?
 b : Quelle fraction représente ce que son frère a-t-il mangé de la tablette ?
- 2) a : Quelle fraction de la tablette ont-ils mangée à eux deux ?
 b : Quelle fraction représente ce qui reste de la tablette ?
- II) Othmane a acheté une autre tablette de chocolat noir de 18 carrés Othmane a mangé $\frac{1}{3}$ de la tablette, et Kenza a mangé $\frac{11}{8}$ de la tablette
 - 1) Quelle fraction de la tablette ont-ils mangée à eux deux ?
 - 2) Quelle fraction de la tablette reste-t-il ?

Activité 05 :

Soit $ACDG$ un rectangle comme le montre la figure suivante



- 1) Exprimer l'aire du rectangle ABEF à l'aide de ses dimensions données.
- 2) S'aider de la figure pour exprimer l'aire de ce rectangle à l'aide d'une fraction
- 3) En déduire que : $\frac{3}{4} \times \frac{5}{9} = \frac{15}{36}$

Contenu du cours et applications

IV) Comparaison de deux nombres en écriture fractionnaire :

1) Règle :

- Pour comparer deux nombres en écriture fractionnaire ayant le même dénominateur, il suffit de comparer leurs numérateurs.

$$\text{Si } a > b \text{ alors } \frac{a}{c} > \frac{b}{c}$$

- Pour comparer deux nombres en écriture fractionnaire ayant le même numérateur, il suffit de comparer leurs dénominateurs.

$$\text{Si } a > b \text{ alors } \frac{c}{a} < \frac{c}{b}$$

- Pour comparer deux nombres en écriture fractionnaire n'ayant ni le même numérateur ni le même dénominateur, il suffit du réduit au même dénominateur puis on applique la règle 1.

2) Exemple :

Comparer :

$$\bullet \frac{11}{7} \text{ et } \frac{13}{7} \quad \bullet \frac{5}{12} \text{ et } \frac{5}{19} \quad \bullet \frac{13}{3} \text{ et } \frac{14}{4}$$

3) Comparaison d'un nombre en écriture fractionnaire et 1 :

Soit $\frac{a}{b}$ un nombre en écriture fractionnaire tel que $b \neq 0$.

$$\diamond \text{ Si } a > b \text{ alors } \frac{a}{b} > 1$$

$$\diamond \text{ Si } a < b \text{ alors } \frac{a}{b} < 1$$

4) Exemple :

Comparer :

$$\bullet \frac{9}{7} \text{ et } 1 \quad \bullet \frac{5}{12} \text{ et } 1$$

V) Les opérations sur les nombres en écriture fractionnaire :

1) Addition et soustraction :

a) Propriété 1 :

Soit $\frac{a}{b}$ et $\frac{c}{b}$ deux nombres en écriture fractionnaire .

$$\frac{a}{b} + \frac{c}{b} = \frac{a+c}{b} \quad \text{et} \quad \frac{a}{b} - \frac{c}{b} = \frac{a-c}{b}$$

b) Exemple :

$$\bullet \frac{5}{7} + \frac{3}{7} \quad \bullet \frac{12,9}{11} - \frac{3,5}{11}$$

c) Propriété 2 :

Pour additionner (ou soustraire) deux nombres en écriture fractionnaire de dénominateurs différents on doit d'abord les réduire au même dénominateur puis on applique la règle 1.

d) Exemple :

$$\bullet \frac{5}{8} + \frac{11}{3} \quad \bullet \frac{7}{6} - \frac{2}{5} \quad \bullet \frac{4}{7} + \frac{3}{14} \quad \bullet 6 - \frac{3}{5}$$

2) Multiplication :

a) Propriété :

Soit $\frac{a}{b}$ et $\frac{c}{d}$ deux nombres en écriture fractionnaire .

$$\frac{a}{b} \times \frac{c}{d} = \frac{a \times c}{b \times d}$$

b) Exemple :

$$\bullet \frac{7}{6} \times \frac{2}{5} \quad \bullet \frac{4}{7} \times 5$$

<https://www.dorosmaroc.com/>