

Niveau scolaire :	Tronc Commun Scientifique
Matière :	Mathématiques
https://www.dorosmaroc.com/	

Chapitre 2 : Calcul vectoriel

Activité :

Soient A, B, C et D quatre points du plan (P).

- 1) Construire les points du plan M et N tels que $\overrightarrow{AN} = \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AD}$ et $\overrightarrow{AM} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD}$
- 2) Montrer que $\overrightarrow{MN} = \overrightarrow{BC}$ et déduire la nature du quadrilatère $MNCB$.

Correction :

I) Généralités sur les vecteurs :

A et B deux vecteurs dans le plan (P)

Un vecteur $\overrightarrow{AB}$ est défini par trois données :

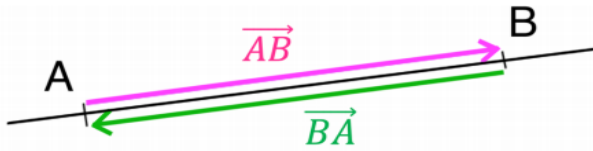
- Une direction : celle de droite (AB)
- Le sens : En partant de A vers B
- Une norme (longueur) ; c'est la distance AB

Il est noté par : $\|\overrightarrow{AB}\|$; Donc $\|\overrightarrow{AB}\| = AB$

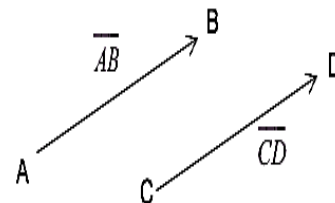


Remarque :

- Si $A=B$; alors le vecteur est nul : $\overrightarrow{AA} = \vec{0}$
- Deux vecteurs sont égaux s'ils ont même direction, même sens et même norme
- $\overrightarrow{AB} = -\overrightarrow{BA}$, ($\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{BA}$ sont opposées)



- Le quadrilatère ABCD est un parallélogramme si et seulement si : $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC}$

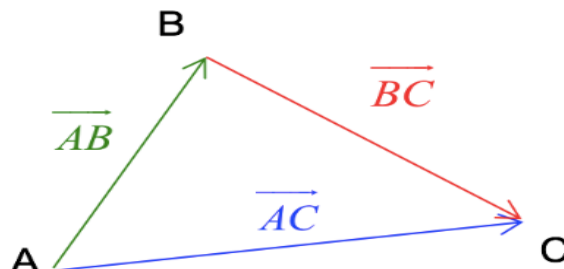


II) Somme de deux vecteurs

a) Relation de CHALES :

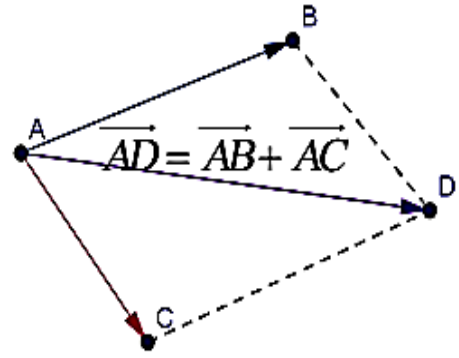
Soient A ; B et C trois points du plan (P)

On a $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AC}$



b) Règle de parallélogramme

La somme des vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AC}$ est le vecteur $\overrightarrow{AD} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}$ tel que ABCD est un parallélogramme.



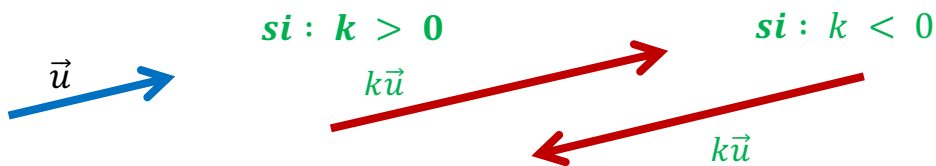
III) Produit d'un vecteur par un réel

1) Définition :

$\vec{u}$ est un vecteur quelconque non nul et k un nombre réel non nul.

On appelle produit du vecteur $\vec{u}$ par le réel k , le vecteur noté $k\vec{u}$:

- De même direction que $\vec{u}$,
- Même sens que $\vec{u}$ si $k > 0$ et de sens contraire si $k < 0$
- De norme égale à k fois la norme de $\vec{u}$ si $k > 0$, et $-k$ fois norme de $\vec{u}$ si $k < 0$



Propriété:

$\vec{U}$ et $\vec{V}$ deux vecteurs et a et b deux réels

- $a.(b\vec{U}) = b(a\vec{U}) = ab\vec{U}$
- $(a + b)\vec{U} = a\vec{U} + b\vec{U}$;
- $a(\vec{U} + \vec{V}) = a\vec{U} + a\vec{V}$

2) Notion de colinéarité

Définition :

Deux vecteurs non nuls $\vec{u}$ et $\vec{v}$ sont colinéaires signifie qu'ils ont même direction c'est à dire qu'il existe un nombre réel k tel que $\vec{u} = k\vec{v}$.

Remarque :

Le vecteur nul est colinéaire à tout vecteur du plan.

Exemple :

$$\vec{v} = -3\vec{u}$$

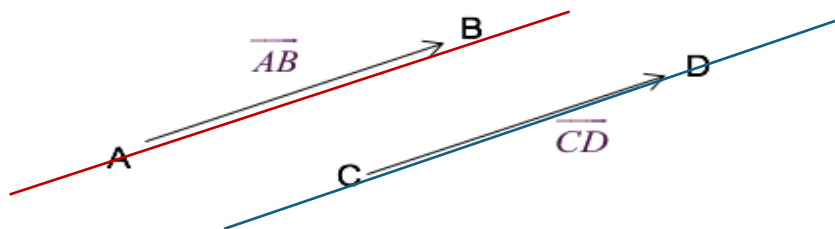


$\vec{u}$ et $\vec{v}$ sont colinéaires

Propriétés :

A, B, C et D quatre points deux à deux distincts

1) Dire que les droites (AB) et (CD) sont parallèles revient à dire que les vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{CD}$ sont colinéaires.



2) Dire que les points distincts A, B et C sont alignés revient à dire que les vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AC}$ sont colinéaires.



3) Milieu d'un segment



Définition :

On dit que le point I est le milieu de segment $[AB]$ si $\overrightarrow{IA} + \overrightarrow{IB} = \vec{0}$

Propriétés

A ; B et I sont deux points du plan (P)

Les propositions 1) ; 2) ; 3) et 4) sont équivalents

1) I le milieu de segment $[AB]$

2) $\overrightarrow{IA} + \overrightarrow{IB} = \vec{0}$

3) $\overrightarrow{AI} = \overrightarrow{IB}$

4) $\overrightarrow{AI} = \frac{1}{2}\overrightarrow{AB}$

Caractérisation du milieu d'un segment

Activité

A, B et I sont des points du plan (P)

Montrer que si I le milieu du segment $[AB]$ signifie que pour tout point M

on a $\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} = 2\overrightarrow{MI}$

Théorème

A, B et I sont des points du plan (P)

Le point est I le milieu du segment $[AB]$ si et seulement si pour tout point M de plan on a :

$\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} = 2\overrightarrow{MI}$